Nom …… **2nde …..**

Prénom……

DST N°2

MATHEMATIQUES

20 janvier 2025

Durée de l'épreuve : 1 h 50 **30 points**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Aucun prêt de calculatrice n'est permis.

Le sujet est constitué de 5 exercices indépendants.

Toutes les réponses sont à donner sur une copie.

Les questions grisées ne sont pas à faire pour les élèves avec un PAP.

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1 : / 6 pts

1) Calculer puis déterminer le plus petit ensemble auquel appartient chacun des nombres suivants :

$A = \frac{4+\frac{1}{3}}{4+\frac{4}{3}}$ $\quad$ $B = \frac{4\times10^3\times(2\times10^{-2})^2}{3\times10^{-2}\times20\times(10^3)^2}$ $\quad$ $c = (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$

2) Déterminer dans chaque cas l'intersection et l'union des intervalles I et J.

a) $I = [-5;-1]$ et $J =]-3;1]$

b) $I = [4;+\infty[$ et $J =]-10;4]$

Exercice 2 : Les questions sont indépendantes / 7 pts

1) En simplifiant chaque nombre de la première colonne du tableau, dire à quel nombre il est égal dans la deuxième colonne. Vous justifierez vos réponses en détaillent vos calculs.

$\sqrt{405}$	$4\sqrt{3}$
$\sqrt{48}$	$36\sqrt{6}$
$12\sqrt{54}$	$9\sqrt{5}$

2) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un entier et b un entier positif, le plus petit possible. Détaillez les étapes.

$A = \sqrt{12}\times\sqrt{30}$ $\quad$ $B = \frac{\sqrt{480}}{\sqrt{2}\times\sqrt{10}}$

3) Réduire les sommes suivantes en détaillant les étapes de calcul.

a) $-3\sqrt{20}-5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{8}+5\sqrt{2}$

4) On considère l'expression $C = \frac{3}{\sqrt{2}+2}$. Démontrer que $C = -\frac{3}{2}\sqrt{2}+3$

Exercice 3 : / 8 pts

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan.

On considère les points : A (4 ; 1) ; B (2 ; 5) ; C (-2 ; 3) et D (0 ; -1).

1) Faire une figure dans un repère orthonormé.

2) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier précisément par des calculs.

3) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

4) Déterminer les coordonnées du point E tel que ABDE soit un parallélogramme. Placer le point E dans le repère.

5) Par un calcul, justifiez que les points C, D et E sont alignés dans cet ordre.

6) Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 4: / 5 pts

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $|x| = 5$

b) $|x + 1| = 12$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

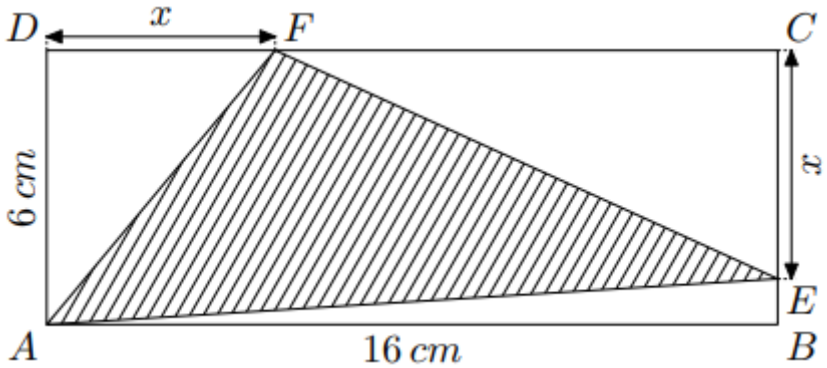
a) $|x - 2| \leq 5$

b) $|x + 6| \geq -3$

c) $|x - \frac{1}{2}| > 3$

Exercice 5: / 4 pts

On considère la figure ci-dessous constituée d'un rectangle ABCD de dimension 16 cm et 6cm et deux points E et F appartenant respectivement aux segments [BC] et [CD] tels que : CE = DF = x où x est un nombre réel.



On considère le domaine hachuré de la figure défini par le triangle AEF.

1) Donner l'ensemble des valeurs possibles du nombre x.

2) **a)** Justifier que la partie blanche de cette figure a pour aire A dont l'expression en fonction de x est :

$A = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 48$

b) Déterminer l'aire A' de la partie « hachurée ».

3) Déterminer la ou les valeurs de x permettant d'obtenir les deux domaines « blanc » et « hachuré » de même aire.