1ère partie : automatismes de calcul

Entourer la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

6

Exercice 1

On considère $A = \dfrac{3}{5 - \frac{2}{7}}$.

A est égal à :

A. $\dfrac{99}{7}$ B. $\dfrac{7}{11}$ C. $-\dfrac{99}{7}$ D. 7

$\frac{3}{5-\frac{2}{7}} = \frac{3}{\frac{35-2}{7}} = \frac{3}{\frac{33}{7}} = 3 \times \frac{7}{33} = \frac{7}{11}$ 0,5

Exercice 2

Soit x un réel non nul.

À quelle expression est égale $\dfrac{1}{2} - \dfrac{7x+5}{x}$?

A. $\dfrac{-13x+10}{2x}$ B. $-\dfrac{13x+10}{2x}$ C. $\dfrac{13x+10}{2x}$ D. $-\dfrac{15x+10}{2x}$

$\frac{1}{2} - \frac{7x+5}{x} = \frac{x - 2(7x+5)}{2x}$ 0,5

$= \frac{x - 14x - 10}{2x}$

$= \frac{-13x - 10}{2x}$

Exercice 3

Soient a et b deux nombres réels non nuls.

À quelle expression est égale $a^2 \times b^3$?

A. $(ab)^2 \times b$ B. Aucune de ces propositions. C. $(ab)^5$ D. $(ab)^6$ 0,5

Exercice 4

Soit n un entier non nul.

À quelle expression est égale $2^n + 2^n$?

A. 4^n B. 2^{2n} C. 2^{n+1} D. $(2^n)^2$

$2^n + 2^n = 2 \times 2^n$

$= 2^{n+1}$ 0,5

Exercice 5

Développer et réduire l'expression $(x+9)(x+6)$.

A. $2x^2 + 54x + 15$ B. $x^2 + 15x + 54$ C. $x^2 + 54x + 54$ D. $x^2 + 15x + 15$

$(x+9)(x+6) = x^2 + 6x + 9x + 54$

$= x^2 + 15x + 54$ 0,5

Exercice 6

La forme développée de $(a-5)^2$ est :

A. $a^2 - 10a + 25$ B. $a^2 + 10a + 25$ C. $a^2 + 5a + 25$ D. $a^2 - 10a - 25$

$(a-5)^2 = a^2 - 2 \times 5a + 25$

$= a^2 - 10a + 25$ 0,5

Exercice 7

Soit x un réel.
À quelle expression est égale $(x+5)^2+3$?

A. $x^2-10x+28$ **B.** $x^2+5x+28$ **C.** $x^2+10x+28$ **D.** $x^2+10x+22$

$(x+5)^2+3 = x^2+10x+25+3$
$= x^2+10x+28$

0,5

Exercice 8

Ce matin, Gabrielle a ouvert une bouteille d'eau.
Elle a bu $\frac{5}{7}$ de la bouteille. Puis à midi, elle a bu $\frac{1}{6}$ du reste.
Quelle fraction de la bouteille a-t-elle bu à midi ?

A. $\frac{5}{42}$ **B.** $\frac{2}{7}$ **C.** $\frac{1}{21}$ **D.** $\frac{37}{42}$

$\frac{1}{6} \times \frac{2}{7}$ ✓

$= \frac{2}{42} = \frac{1}{21}$

Exercice 9

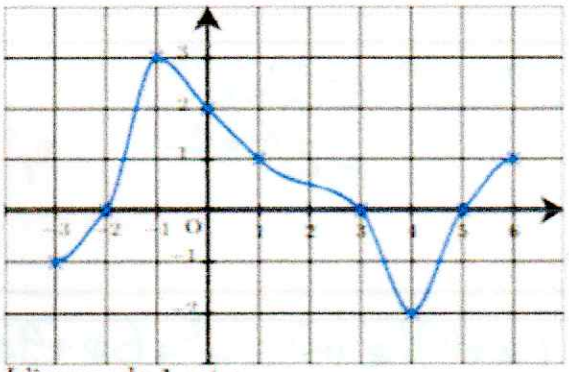
Pour le petit déjeuner, Yassine a acheté 1 brioche et 7 croissants.
Le prix d'un croissant est 1,2 € et il a payé au total 10,7 €.
On désigne par x le prix d'une brioche.
Parmi les équations suivantes, une seule modélise la situation. Laquelle ?

A. $x+8,4=10,7$ **B.** $x \times 1,2 = 10,7$ **C.** $x+1,2=10,7$ **D.** $7(x+1,2)=10,7$

$10,7 = 7 \times 1,2 + x$

✓

Exercice 10



L'image de 1 est :

A. 1 **B.** L'image de 1 n'existe pas **C.** -1

0,5

Exercice 1

1) I milieu de [BC]

$x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2}$ $\quad y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1+(-2)}{2} = -\frac{1}{2}$

donc $\boxed{I\left(\frac{7}{2} ; -\frac{1}{2}\right)}$

2) $\vec{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AC}\begin{pmatrix} 6-3 \\ -2-4 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{3}\vec{AC}\begin{pmatrix} \frac{1}{3}\times 3 \\ \frac{1}{3}\times(-6) \end{pmatrix}$ $\quad \frac{1}{3}\vec{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{AE}\begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AE}\begin{pmatrix} x_E - 3 \\ y_E - 4 \end{pmatrix}$

$\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AC}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 3 = 1 \\ y_E - 4 = -2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 4 \\ y_E = 2 \end{cases}$

Les coordonnées du point $\boxed{E \text{ sont } (4;2)}$

$\vec{CA}\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\quad \frac{1}{3}\vec{CA}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{CF}\begin{pmatrix} x_F - 6 \\ y_F - (-2) \end{pmatrix}$

$\vec{CF} = \frac{1}{3}\vec{CA} \iff \begin{cases} x_F - 6 = -1 \\ y_F + 2 = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} x_F = 5 \\ y_F = 0 \end{cases}$

les coordonnées du point F sont $(5;0)$

3) $\vec{BE}\begin{pmatrix} 4-1 \\ 2-1 \end{pmatrix}$ $\vec{BE}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{IF}\begin{pmatrix} 5-\frac{7}{2} \\ 0-(-\frac{1}{2}) \end{pmatrix}$ $\vec{IF}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\det(\vec{BE}, \vec{IF}) = \begin{vmatrix} 3 & \frac{3}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = 3 \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{3}{2} = 0$

$\det(\vec{BE}, \vec{IF}) = 0$ donc les vecteurs $\vec{BE}$ et $\vec{IF}$ sont colinéaires, les droites (BE) et (IF) sont donc parallèles.

4) $\vec{AB}\begin{pmatrix} 1-3 \\ 1-4 \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{CD}\begin{pmatrix} 8-6 \\ 1-(-2) \end{pmatrix}$ $\vec{CD}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = -\vec{CD}$ donc $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

(Remarque : on pouvait aussi utiliser le déterminant)

$\vec{BC}\begin{pmatrix} 6-1 \\ -2-1 \end{pmatrix}$ $\vec{BC}\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{DA}\begin{pmatrix} 3-8 \\ 4-1 \end{pmatrix}$ $\vec{DA}\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{BC} = -\vec{DA}$ donc $\vec{BC}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires

(Remarque : on pouvait aussi utiliser le déterminant)

ABCD est donc un parallélogramme.

5) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ $\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-2)^2+(-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$\vec{BC}\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$ $\|\vec{BC}\| = \sqrt{5^2+(-3)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

$\vec{AC}\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}$ $\|\vec{AC}\| = \sqrt{3^2+(-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$

$AC^2 = \sqrt{45}^2 = 45$

$AB^2 + BC^2 = \sqrt{13}^2 + \sqrt{34}^2 = 47$

D'après la contraposée de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

ABC est un triangle quelconque.

6) $\vec{IF}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ $\vec{ID}\begin{pmatrix}8-\frac{7}{2}\\1-(-\frac{1}{2})\end{pmatrix}$ $\vec{ID}\begin{pmatrix}\frac{9}{2}\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$

$\det(\vec{IF},\vec{ID}) = \begin{vmatrix}\frac{3}{2} & \frac{9}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2}\end{vmatrix} = \frac{3}{2}\times\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\times\frac{9}{2} = 0$

$\det(\vec{IF},\vec{ID}) = 0$ les vecteurs $\vec{IF}$ et $\vec{ID}$ sont colinéaires avec un point commun, les points I, F et D sont alignés.

Exercice 2 :

1) $D_f = [-7 ; 2]$

2) $f(-2) = -4$

3) $f(-6,2) = f(-4,5) = f(1,5) = 1$

4) $f(x) = 0 \quad S = \{-6,5 ; -4 ; 1\}$

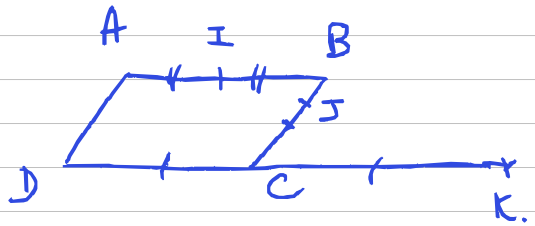
$f(x) > 1 \quad S =]-6,2 ; -4,5[\cup]1,5 ; 2]$

5)

x	-7		$-6,5$		-4		1		2
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 3

1)



2) $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ}$

$= -\vec{AI} + \vec{AB} + \vec{BJ}$

$= -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{BC}$

$= \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{BC}$

3) $\vec{IK} = \vec{IA} + \vec{AK}$

$= -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{DK}$.

$= -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{BC} + \frac{5}{2}\vec{DC}$

$= -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{BC} + \frac{5}{2}\vec{AB}$.

$= 2\vec{AB} + \vec{BC}$

4) $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{BC}$

$4\vec{IJ} = 4 \times \left(\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{BC}\right)$

$4\vec{IJ} = 2\vec{AB} + \vec{BC}$

$4\vec{IJ} = \vec{IK}$

Les vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{IK}$ sont colinéaires avec un point commun donc les points I, J et K sont alignés.